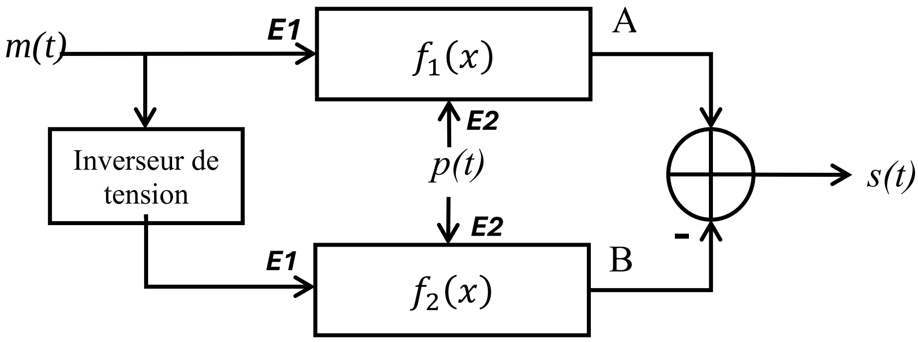
Télécommunications Fondamentales : Examen

Exercice 1 (4 Pts)

Considérons le modulateur suivant :



- *m(t)* représente le signal modulant
- *p(t)* représente la porteuse.

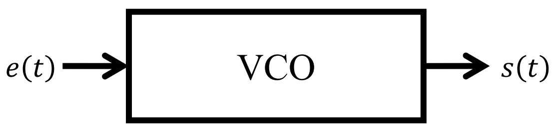
On donne les fonctions suivantes pour deux blocs du modulateur :

- $f_1(x) = \alpha_1 x^2$, où x est l'entrée du bloc, et α_1 est une constante réelle.
- $f_2(x) = \alpha_2 x^2$, où x est l'entrée du bloc, et α_2 est également une constante réelle.
- $x = E1 + E2$

1. Trouvez l'expression du signal au point A du modulateur.
2. Trouvez l'expression du signal au point B du modulateur.
3. En déduire l'expression de s(t).
4. Déterminez sous quelle condition on peut obtenir une modulation DSB pour le signal s(t).

Exercice 2 (8 Pts)

Dans le schéma suivant, nous avons un oscillateur contrôlé par tension (VCO). Le signal d'entrée est désigné par $e(t)$, tandis que le signal de sortie est représenté par $s(t)$:



L'entrée du VCO est un signal sinusoïdal donné par : $e(t) = sin(2\pi 10^3 t)$.

À la sortie du VCO, le signal modulé avec une fréquence qui varie entre 9 kHz et 11 kHz.

1. Calculez la déviation maximale en fréquence pour ce VCO.
2. Trouvez la fréquence porteuse et l'indice de modulation.

3. Calculez la bande passante du signal modulé $s(t)$.
4. Déterminez la caractéristique du VCO, sachant qu'il s'agit d'une fonction croissante.
5. Trouvez l'expression de la phase instantanée du signal $s(t)$.
6. En déduire l'expression du signal $s(t)$ sachant que son amplitude est de 2V.
7. Tracer l'allure du spectre de $s(t)$.
8. Proposez une méthode qui permet d'obtenir un indice de modulation 10 fois plus grand.

Exercice 3 (8 Pts)

Une ligne de transmission sans perte a une impédance caractéristique de 50Ω. Une impédance Z est connectée à l'extrémité de la ligne.

1. Donnez l'expression de la tension en tout point de la ligne V(x), en fonction de la tension incidente Vi et de la tension réfléchie Vr.
2. Donnez l'expression du courant en tout point de la ligne $I(x)$, en fonction du courant incident Ii et du courant réfléchi Ir.
3. Trouvez l'expression du coefficient de réflexion à la charge en fonction de Vi et Vr.
4. Trouvez l'expression du coefficient de réflexion à la charge en fonction de Ii et Ir.
5. Exprimez V(x) en fonction de Vi et du coefficient de réflexion à la charge. Déduisez-en l'expression de la tension aux bornes de la charge en fonction de Vi et du coefficient de réflexion à la charge.
6. Exprimez $I(x)$ en fonction de Ii et du coefficient de réflexion à la charge. Déduisez-en l'expression du courant aux bornes de la charge en fonction de Vi et du coefficient de réflexion à la charge.
7. Utilisez les expressions précédentes pour obtenir le coefficient de réflexion à la charge en fonction de l'impédance de charge Z et de l'impédance caractéristique.
8. Calculez le coefficient de réflexion à la charge et le rapport d'ondes stationnaires si Z=100Ω.

On donne le tableau des coefficients de Bessel

m	J0	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8
0.25	0.98	0.12							
0.5	0.94	0.24	0.03						
1	0.77	0.44	0.11	0.02					
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01				
2	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03				
2.5	-0.05	0.5	0.45	0.22	0.07	0.02			
3	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01		
4	-0.4	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	
5	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02

Corrigé de l'examen

Exercice 1 :

1. Au point A :

$$s_A = \alpha_1 x^2 = \alpha_1 (E1 + E2)^2 = \alpha_1 (m(t) + p(t))^2$$

$$s_A(t) = \alpha_1 m^2(t) + \alpha_1 p^2(t) + 2\alpha_1 m(t)p(t)$$

2. Au point B :

$$s_B = \alpha_2 x^2 = \alpha_2 (E1 + E2)^2 = \alpha_2 (m(t) - p(t))^2$$

$$s_B(t) = \alpha_2 m^2(t) + \alpha_2 p^2(t) - 2\alpha_2 m(t)p(t)$$

3. L'expression de s(t) :

$$s(t) = s_A(t) - s_B(t) = (\alpha_1 - \alpha_2) m^2(t) + (\alpha_1 - \alpha_2) p^2(t) + 2(\alpha_1 + \alpha_2) m(t)p(t)$$

4. On remarque que si $\alpha_1 = \alpha_2$: $s(t) = 4\alpha_1 m(t)p(t)$

On obtient le produit du signal modulant et la porteuse qui représente une modulation sans porteuse à deux bandes latérales.

Exercice 2 :

1. Déviation maximale en fréquence : $\Delta f = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} = \frac{(11-9)\times 10^3}{2} = 1kHz$
2. Fréquence porteuse : $f_p = f_{max} - \Delta f = (11 - 1) \times 10^3 = 10kHz$
   Ou bien : $f_p = f_{min} + \Delta f = (9 + 1) \times 10^3 = 10kHz$
   Indice de modulation : $m = \frac{\Delta f}{f_b} = \frac{10^3}{10^3} = 1$
3. Bande passante du signal modulé : $BW = 2Nf_b = 2 \times 3 \times 10^3 = 6kHz$
4. La caractéristique du VCO :
   La caractéristique du VCO est linéaire, donc de la forme :

$$f = \alpha\, e(t) + \beta \qquad avec : \alpha\ et\ \beta\ des\ constantes\ réels$$

On a : $e(t) = sin(2\pi 10^3 t)$ et comme la fonction est croissante :

$$e_{max} = +1V\ coresponsd\ \text{à}\ f_{max} = 11\ \text{kHz}$$

$$e_{min} = -1V\ coresponsd\ \text{à}\ f_{min} = 9\ \text{kHz}$$

On obtient donc les deux équations :

$$\begin{cases} 11 \times 10^3 = \alpha\ + \beta \\ 9 \times 10^3 = -\alpha + \beta \end{cases} \qquad On\ trouve : \begin{cases} \alpha = 10^3 \\ \beta = 10^4 \end{cases}$$

Finalement : $f(t) = 10^3\, e(t) + 10^4 \quad [Hz]$

5. L'expression de la phase instantanée de $s(t)$

   La fréquence instantanée de $s(t)$ est : $f(t) = 10^3\, e(t) + 10^4$

   La phase instantanée : $\emptyset(t) = 2\pi \int f(t)\, dt = 2\pi \int (10^3\, e(t) + 10^4)\, dt$

Avec : $e(t) = sin(2\pi 10^3 t)$

$$\emptyset(t) = 2\pi \int (10^3 \, sin(2\pi 10^3 t) + 10^4) \, dt$$

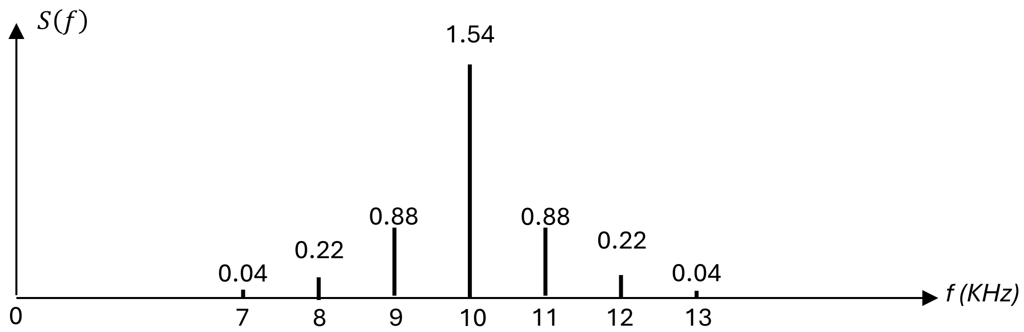
$$\emptyset(t) = 2\pi 10^4 t - \frac{2\pi 10^3}{2\pi 10^3} cos(2\pi 10^3 t)$$

$$\emptyset(t) = 2\pi 10^4 t - cos(2\pi 10^3 t)$$

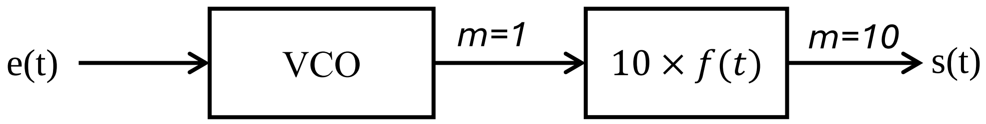
6. L'expression du signal $s(t)$:

$$s(t) = 2cos\big(2\pi 10^4 t - cos(2\pi 10^3 t)\big) \qquad [V]$$

7. L'allure du spectre de $s(t)$.



8. Pour obtenir un indice de modulation 10 fois plus grand, on utilise un multiplicateur de fréquence qui multiplie la fréquence s(t) par 10, ce qui revient à multiplié l'indice de modulation de signal par 10.



Exercice 3 :

1. L'expression de V(x), en fonction de Vi et Vr :

   On a : $V(x) = V_i e^{\gamma x} + V_r e^{-\gamma x}$

   La ligne est sans pertes donc : $\alpha = 0$ $d'o$ù: $\gamma = j\beta$

   Donc : $V(x) = V_i e^{j\beta x} + V_r e^{-j\beta x}$

2. L'expression de $I(x)$, en fonction de Ii et Ir : $I(x) = I_i e^{\gamma x} + I_r e^{-\gamma x} = I_i e^{j\beta x} + I_r e^{-j\beta x}$

3. L'expression du coefficient de réflexion à la charge en fonction de Vi et Vr :

   Par définition, le coefficient de réflexion est le rapport entre la tension réfléchie et la tension incidente : $\Gamma(x) = \frac{V_r e^{-\gamma x}}{V_i e^{\gamma x}}$

   Le coefficient de réflexion à la charge : $\Gamma_R = \Gamma(0) = \frac{V_r}{V_i}$

4. L'expression du coefficient de réflexion à la charge en fonction de Ii et Ir :

$$\Gamma_R = \frac{V_r}{V_i} = \frac{-Z_c I_r}{Z_c I_i} = -\frac{I_r}{I_i}$$

5. L'expression de V(x) en fonction de Vi et du coefficient de Γ_R :

$$V(x) = V_i e^{j\beta x} + V_r e^{-j\beta x} = V_i e^{j\beta x}\left(1 + \frac{V_r}{V_i} e^{-2j\beta x}\right)$$

$$V(x) = V_i e^{j\beta x}\left(1 + \Gamma_R e^{-2j\beta x}\right)$$

La tension aux bornes de la charge en fonction de Vi et Γ_R :

$$V_R = V(0) = V_i(1 + \Gamma_R)$$

6. L'expression de I(x) en fonction de Ii et du coefficient de Γ_R :

$$I(x) = I_i e^{j\beta x} + I_r e^{-j\beta x} = I_i e^{j\beta x}\left(1 + \frac{I_r}{I_i} e^{-2j\beta x}\right)$$

$$I(x) = I_i e^{j\beta x}\left(1 - \Gamma_R e^{-2j\beta x}\right)$$

Le courant aux bornes de la charge en fonction de Vi et Γ_R :

$$I_R = I(0) = I_i(1 - \Gamma_R) = \frac{V_i}{Z_c}(1 - \Gamma_R)$$

7. Le coefficient de réflexion à la charge en fonction de l'impédance de charge Z et Z_c :

$$\frac{V_R}{I_R} = Z = \frac{V_i(1 + \Gamma_R)}{\frac{V_i}{Z_c}(1 - \Gamma_R)} = Z_c \frac{(1 + \Gamma_R)}{(1 - \Gamma_R)}$$

$$\frac{Z}{Z_c} = \frac{1 + \Gamma_R}{1 - \Gamma_R} \Rightarrow \frac{Z}{Z_c}(1 - \Gamma_R) = 1 + \Gamma_R$$

$$\frac{Z}{Z_c} - 1 = \Gamma_R\left(1 + \frac{Z}{Z_c}\right)\ donc :\ \Gamma_R = \frac{\frac{Z}{Z_c} - 1}{1 + \frac{Z}{Z_c}}$$

Finalement : $\Gamma_R = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}$

8. $\Gamma_R = \frac{100-50}{100+50} = 0.33$ et $ROS = \frac{1+|\Gamma_R|}{1-|\Gamma_R|} = \frac{1+0.33}{1-0.33} = 2$